

1-Exámen 2ª Evaluación C.S.

1)

Ejercicio 1 (10 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 4x & \text{si } 0 < x < 2 \\ \frac{4}{x-3} & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

- a) (5 puntos) Estudiar la continuidad y derivabilidad haciendo uso de los límites laterales.
b) (5 puntos) Representarla

Sol:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 - 4x = 0$$

La función no es continua en $x = 0$, luego no es derivable en $x = 0$

En $x = 2$ hay una discontinuidad inevitable de salto finito

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 - 4x = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4}{x-3} = -4$$

La función en $x=2$ es continua.

Ahora miraremos si es derivable en $x=2$

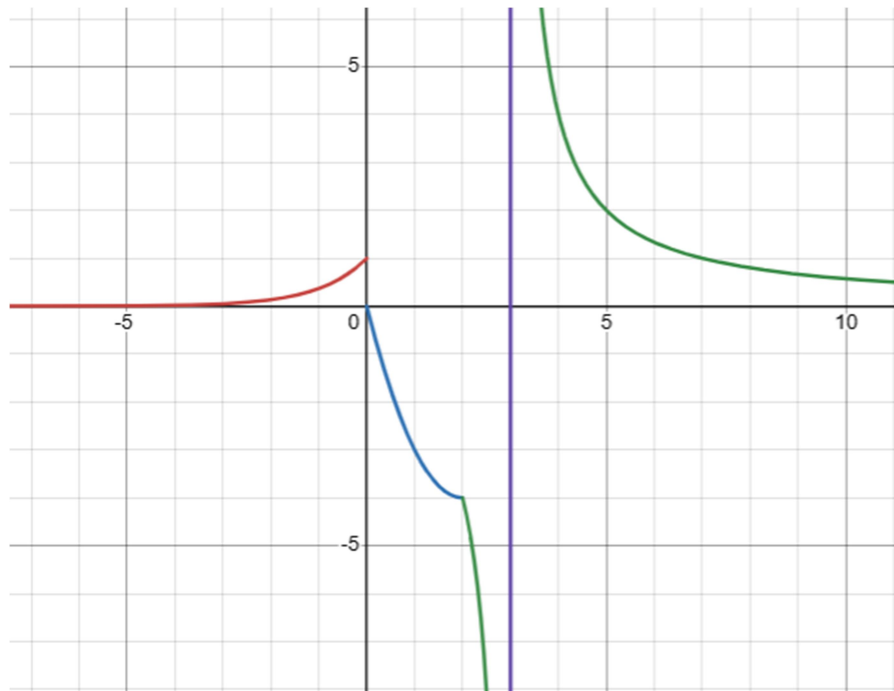
$$\begin{cases} f'_{2^-} = 2x - 4 = 0 \\ f'_{2^+} = \frac{-4}{(x-3)^2} = -4 \end{cases}$$

La función no es derivable en $x=2$

*Tenemos que fijarnos que en $x=3$ hay una discontinuidad inevitable de salto infinito.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4}{x-3} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4}{x-3} = +\infty$$



2)

Ejercicio 2 (10 puntos) La siguiente función representa el comportamiento de la resistividad que cierto material presenta con respecto a la temperatura, que para este problema designaremos por x

$$R(x) = \begin{cases} -x^2 + x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x-5}{x+3} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) (5 puntos) Estudiar la continuidad y la derivabilidad haciendo uso de los límites laterales.
b) (5 puntos) Representar la función Resistividad.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} -x^2 + x - 1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-5}{x+3} = -1$$

La función es continua en $x = 1$

Ahora miraremos si es derivable en $x=1$

$$\begin{cases} f'_{1^-} = -2x + 1 = -1 \\ f'_{1^+} = \frac{x-5}{(x+3)^2} = \frac{8}{(x+3)^2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

La función no es derivable en $x=1$

